Rešitve maturitetne pole
7. junij 2008
Osnovna raven

1. *Naj bo A množica vseh praštevail, manjši od 20, B množica vseh deliteljev števila 12 in C množica vseh večkratnikov števila 3, mnanjših od 20. Zapišite množice A, B, C,* $A \cap B$ *in* $B \cup C$.

   Rešitev:

   Praštevila so števila, deljiva natanko z dvema številoma, deljiva so z 1 in sama s sabo. Število 1 ni praštevilo, saj je deljivo samo s sabo in nobenim drugim številom. Brez večji težav razmislimo za ostala števila, , ki niso v množici A, da so deljiva vsaj s tremi števili. Npr. število 4 je deljivo z 1, 2 in 4. Število 15 je deljivo z 1, 3, 5 in 15. Na enak način preverimo vsako število od 1 do 19 (upoštevamo drugi pogoj, da je število manjše od 20), da dobimo rešitev:

   $$A = \{2,3,5,7,11,13,17,19\}$$

   Števila, ki delijo 12 brez ostanka oz. je ostanek pri deljenju enak 0, so delitelji števila 12. Poiščemo jih lahko na pamet.

   $$B = \{1,2,3,4,6,12\}$$

   Večkratniki števila 3 so števila, ki jih dobimo, pri množenju števila 3 s poljubnim naravnim število; povedano drugače, večkratniki števila 3 so števila, ki so deljiva s 3. Taka števila, manjša od 20 so

   $$C = \{3,6,9,12,15,18\}$$

   V preseku množic A in B so elementi, ki so skupni obem množicam. To sta števili

   $$A \cap B = \{2,3\}$$

   V uniji množic B in C so elementi, ki so v množici B **ali** v množici C. Pri tem elementov ne v uniji ne podvajamo (npr. število3 je element množice B in C, vendar ga pišemo v uniji le enkrat)

   $$B \cup C = \{1,2,3,4,6,9,12,15,18\}$$

2. Izračunajte vse ničle funkcije $f(x) = tanx - 1$ in presečišče njenega grafa z ordinatno osjo.

   Rešitev:

   V splošnem ima funkcija ničle tam, kjer je njena funkcijska vrednost enaka nič. Za izračun ničel je potrebno nastaviti enačbo $f(x) = 0$.

   V našem primeru velja

$$\tan x - 1 = 0$$

oziroma

$$\tan x = 1$$

Tangens kota je nak 1 za kot x = 45° oziroma $\frac{\pi}{4}$ in kot 225° oziroma $\frac{5\pi}{4}$. Prvo rešitev nam da tudi kalkulator, če vtipkamo $\tan^{-1}(1)$. Vendar to nista edini rešitvi enačbe. Tangens je peridočna funkcija

$$\tan(\alpha + k\pi) = \tan \alpha, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

zato so rešitve zgornje enačbe tudi

1. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k\epsilon\mathbb{Z}$
2. $x = \frac{5\pi}{4} + k\pi,\ k\epsilon\mathbb{Z}$

Vidomo, da se rešitve 1. In 2. Zapisa pokrivajo oz. ujemajo zato zapišemo zahtevane rešitve enačbe krajše:

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, \qquad k\epsilon\mathbb{Z}.$$

Sedaj poiščemo še presečišče grafa funkcije f(x) z ordinatno osjo. Za točko presečišča z ordinato vemo, da ima absciso oz. x koordinato enako nič (to velja za vse točke, ki so na ordinati). Presečišče lahko zapišemo kot

$$P(0, y)$$

Vstavimo x = 0 v enačbo naše funkcije $f(x) = tanx - 1$ in dobimo

$$f(0) = \tan 0 - 1 = 0 - 1 = -1$$

Presečišče grafa z osjo y je torej

$$P(0, -1)$$

3. Zapišite enačbo kvadratne funkcije, ki ima za $x = 1$ ekstremno vrednost 4 in ničlo $x_1 = 3$.

Rešitev:

Ekstremna vrednost (bodisi najmanjša ali največja vrednost) kvadratne funkcije je v temenu.

Podano imamo torej teme s koordinatama $T(1,4)$. Drugi podatek za ničlo, nam pove kje funkcija seka abscisno os. Torej je v tem opisu skrita y koordinata točke (0).

Ničlo $x_1 = 3$ zapišimo kot točko, npr. $N(3,0)$. Sedaj se lahko lotimo zapisa kvadratne funkcije. Ker imamo podano teme, izberemo temensko obliko.

$$y = a(x - p)^2 + q$$

Vstavimo koordinati temena $T(1,4)$ in dobimo

$$y = a(x-1)^2 + 4$$

Polovico dela je za nami, ostaja nam še razrešitev za vodilni koeficient, a.

Uporabimo podatek za ničlo oz. vstavimo koordinati x in y ničle $N(3{,}0)$ v zgronjo temensko obliko. To lahko storimo, ker ničla leži na grafu funkcije in mora enačba veljati tudi zanjo (kot za vse ostale točke na grafu funkcije). Vstavimo za x =3 in y = 0, in dobimo

$$0 = a(3-1)^2 + 4$$

$$0 = 4a + 4$$

$$a = -1$$

Preostane nam še zapis kvadratne funkcije, ki smo ga iskali na začetku naloge

$$f(x) = -(x-1)^2 + 4$$

4. Lastovke so odletele na jug v treh jatah. Število ptic v posameznih jatah je v razmerju 3:10:17. V največji jati je 72 ptic več kot v obeh manjših jatah skupaj. Koliko lastovk je v vsaki posamezni jati?

Rešitev:

Število ptic v jatah označimo z npr. *a, b in c.* Za zapis razmerja 3:10:17 je najkoristnejša uporaba nove enote oz. koeficienta, ki bo ponazarjala razmerje med številom ptic jatah. Označimo ga, npr. s *t*.

Če upoštevamo dano razmerje števila pric, lahko zapišemo število ptic v posameznih jatah

$$a = 3t \qquad (1)$$

$$b = 10t \qquad (2)$$

$$c = 17t \qquad (3)$$

Upoštevajmo še zvezo med številom ptic v največji jati (jata c) in manjšima jatama

$$c = a + b + 72$$

Zdaj namesto *a, b in c* pišimo enakosti (1), (2) in (3)

$$17t = 3t + 10t + 72$$

Uredimo zapis v

$$4t = 72$$

$$t = 18$$

Število ptic v posamezni jati dobimo tako, da vstavimo za t = 18 v enačbe (1), (2) in (3)

$$a = 3 \cdot 18 = 54$$

$$b = 10 \cdot 18 = 180$$

$$c = 17 \cdot 18 = 306$$

Največja jata (jata c) ima 306 lastovic, jata b ima 180 lastovic in najmanjša jata (jata a) 54 lastovic.

Lahko napravimo tudi preizkus

$$c = a + b + 72$$

$$306 = 54 + 180 + 72$$

L: 306

D: 54+180+72=306

5. Izračunajte točno vrednost določenega integrala $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x + 3\cos x - x)dx$.

Najprej se spomnimo, da je nedoločeni integral vsote (razlike) dveh, treh alli večih funkcij enak vsoti (razliki) nedoločenih integralov teh dveh, treh ali večih funkcij.

$$\int(f(x) \pm g(x) \pm h(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx \pm \int h(x)dx \qquad (1)$$

Nedoločeni integral produkta funkcije *f(x)* s številom *a* je enak produktu števila in nedoločenega integrala funkcije *f(x)*.

$$\int af(x)dx = a\int f(x)dx \qquad (2)$$

Poznati moramo formule za integral funkcije sinus, funkcije kosinus in integral potenčne funkcije.

$$\int \sin x\, dx = -cosx + C \qquad (3)$$

$$\int \cos x\, dx = \sin x + C \qquad (4)$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ , n \in \mathcal{R}, n \neq -1 \qquad (5)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x + 3\cos x - x)dx =$$

Če uporabimo lastnost (1) integrala, dobimo

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}}3\cos x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}}x dx =$$

Za drugi integral uporabimo še lastnost nedločenega integrala (2) za produkt funkcije s številom

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx + 3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx =$$

Sedaj se lahko lotimo integriranja po lastnostih (3), (4) in (5)

$$= (-\cos x) \begin{matrix} \frac{\pi}{2} \\ 0 \end{matrix} + 3 \cdot (sinx) \begin{matrix} \frac{\pi}{2} \\ 0 \end{matrix} - \left(\frac{x^2}{2}\right) \begin{matrix} \frac{\pi}{2} \\ 0 \end{matrix} =$$

Sedaj vstavimo zgornjo mejo (v tem primeru $\frac{\pi}{2}$) in spodnjo mejo (v tem primeru 0) v nedoločeni integral:

$$= (-cos\frac{\pi}{2} - (-cos0)) + 3 \cdot \left(sin\frac{\pi}{2} - \sin 0\right) - \left(\frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right) =$$

$$= (0+1) + 3(1-0) - \left(\frac{\frac{\pi^2}{4}}{2} - 0\right) =$$

$$= 1 + 3 - \frac{\pi^2}{8} = 4 - \frac{\pi^2}{8}$$

Točna vrednost integrala je $4 - \frac{\pi^2}{8}$.

6. Rešite enačbo $2x + 3 = \sqrt{x+3}$.

Enačbe, kjer nastopa spremenljivka (v tem primeru x) pod korenom ponavadi potenciramo tako, da se korena znebimo. Ker imamo tu opravka s kvadratnim korenom, je potrebno enačbo kvadrirati. Edino, kar moramo paziti je, da se dobljeni rezulatat ujema tudi s prvotno enačbo, saj lahko zaradi kvadriranja dobimo rešitve, ki niso skladne z osnovno enačbo.

$$(2x+3)^2 = (\sqrt{x+3})^2$$

Po kvadriranju dobimo

$$4x^2 + 12x + 9 = x + 3$$

Opazimo, da imamo sedaj kvadratno enačbo, zato gredo vsi členi na levo stran, na desni ostane 0

$$4x^2 + 12x + 9 - x - 3 = 0$$

Uredimo

$$4x^2 + 11x + 6 = 0$$

Ker vodilni koeficient 4, je uporaba Vietovega pravila neprimerna. Najprej z diskriminanto prevrimo, če je enačba rešljiva v množici realnih števil

$$D = b^2 - 4ac = 121 - 4 \cdot 6 \cdot 4 = 121 - 96 = 25$$

Diskriminanta je večja od nič, zato ima enačba dve rešitvi. Dobimo jih po dobro znani enačbi:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\mathrm{D}}}{2a} = \frac{-11 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = \frac{-11 \pm 5}{8}$$

$$x_1 = \frac{-11+5}{8} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$x_2 = \frac{-11-5}{8} = \frac{-16}{8} = -2$$

Sedaj moramo, kot smo povedali že na začetku naloge še preveriti obe rešitvi, če se ujemata s prvotno enačbo. Treba je vstaviti rešitvi (vsako posebej) v enačbo in preveriti, če je leva stran enaka desni. Najprej za prvo rešitev

- $x_1 = -\frac{3}{4}$

Izračun za levo stran enačbe , ko vstavimo vrednost za $x = -\frac{3}{4}$

$$L{:}\ \ 2x+3 = 2\left(-\frac{3}{4}\right) + 3 = -\frac{6}{4} + \frac{3}{1} = -\frac{6}{4} + \frac{12}{4} = \frac{6}{4} = \boldsymbol{\frac{3}{2}}$$

Nato še vrednost desne strani enačbe za $x = -\frac{3}{4}$

$$D{:}\ \ \sqrt{x+3} = \sqrt{-\frac{3}{4} + 3} = \sqrt{-\frac{3}{4} + \frac{12}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

Ker se vrednost leve in desne strani enačbe za $x = -\frac{3}{4}$ ujema, rešitev $x_1 = -\frac{3}{4}$ upoštevamo.

- $x_2 = -2$

$$L{:}\ \ 2x+3 = 2(-2) + 3 = -4 + 3 = -1$$

$$D{:}\ \ \sqrt{x+3} = \sqrt{-2+3} = \sqrt{1} = \pm 1$$

Leva in desna stran enačbe se za vrednost $x = -2$ <u>ne</u> ujemata, zato $x_2 = -2$ <u>ne</u> upoštevamo kot rešitve prvotne enačbe.
Rešitev enačbe $2x + 3 = \sqrt{x+3}$ je torej ena sama: $x = -\frac{3}{4}$.

7. Preverite, da je število 2 dvojna ničla polinoma $p(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 32x + 40$. Poiščite še preostali dve (kompleksni) ničli).

Najprimernejše orodje za to nalogo je Hornerjev algoritem. Za tiste, ki ste to pozabili, najprej povejmo, da je Hornerjev algoritem postopek, ki nam ne pove samo vrednosti polinoma za dano število a (npr. 2), temveč tudi ostanek pri deljenju polinoma z linearnim polinomom x-a (v našem primeru x-2).

$$p(x) = \mathbf{1}x^4 - \mathbf{2}x^3 + \mathbf{6}x^2 - \mathbf{32}x + \mathbf{40}$$

	1	-2	6	-32	40
2	$\downarrow$	2	0	12	-40
	1	0	6	-20	$\boxed{0}$

V zgornjo vrstico po vrsti zapišemo **koeficiente** polinoma, nato v prvi stolpec v drugo vrstico število, za katerega vrednost polinoma nas zanima.
Vodilni koeficient vedno prepišemo v spodnjo vrstico.
Nato zmožimo število 2 (število v prvem stolpcu) z 1 (prvi koeficient). Rezultat (2·1=2) zapišemo pod naslednji koeficient (-2). Nato **seštejemo** obe vrednosti (*-2+2=0*) in rezultat zapišemo v spodnjo vrstico.

Spet pomnožimo 2 s številom 0 in rezultat (*2·0=0*) zapišemo pod naslednji koeficient. Sešetejemo, in rezultat (*6 + 0 = 6*) zapišemo v spodnjo vrstico. Nadaljujemo postopek in v zadnjem stolpcu dobimo vsoto 0. Ta, zadnja vsota, je **nič** natanko tedaj, ko je dano število (2 v našem primeru) **ničla polinoma**. Če je število 2 dvojna ničla, to lahko potrdimo, da ponovimo Hornerjev algoritem na polinomu, ki ga tvorijo koeficienti v spodnji vrstici, spet s številom 2. Lahko nadaljujemo kar v isti tabeli.

	1	-2	6	-32	40
2		2	0	12	-40
	1	**0**	**6**	**-20**	0
2		2	4	20	
	1	2	10	0	

Ker je tudi tokrat zadnja vsota **nič**, je število 2 res dvojna ničla polinoma

$$p(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 32x + 40$$

$$x_1 = x_2 = 2$$

Poiskati moramo še preostali dve kompleksni ničli.

Spet uporabimo koeficiente iz Hornerjeve tabele, spodnja vrstica.

	1	0	6	-20	0
2		2	4	20	
	1	**2**	**10**	0	

Dobimo polinom $q(x) = x^2 + 2x + 10$, katerega ničle so tudi ničle našega osnovnega polinoma p(x).
Rešimo enačbo

$$x^2 + 2x + 10 = 0$$

Kvadratno enačbo rešimo po obrazcu:

$$\mathrm{x}_{3,4} = \frac{-b \pm \sqrt{\mathrm{D}}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = -36$$

Diskriminanta je negativna, zato sta preostali dve ničli res kompleksni!

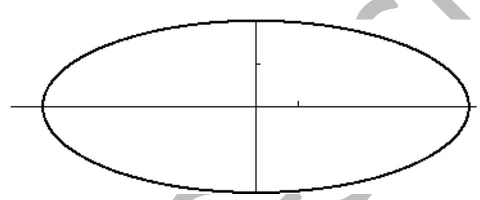
$$\sqrt{D} = \sqrt{-36} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{-1} = 6i$$

$$\mathrm{x}_{3,4} = \frac{-2 \pm \sqrt{-36}}{2}$$

$$x_3 = \frac{-2+\sqrt{-36}}{2} = \frac{-2+6i}{2} = -1+3i \qquad x_4 = \frac{-2-\sqrt{-36}}{2} = \frac{-2-6i}{2} = -1-3i$$

Torej, dokazali smo, da je število 2 res dvona ničla polinoma p(x), $x_1 = x_2 = 2$ in dobili preostali dve ničli, $x_3 = -1 + 3i$ in $x_4 = -1 - 3i$.
S tem smo dobili vse ničle polinoma, saj vemo, da ima polinom četrte stopnje natanko 4 ničle. Poiščemo jih lahko s Hornerjevim algoritmom in z enačbo za ničli kvadratne enačbe.

8. Slika prikazuje elipso s temeni A, B, C in D. Zapišite točne koordinate gorišč te elipse. Zapišite tudi enačbo krožnice, ki ima središče v točki B in poteka skozi izhodišče koordinatnega sistema.



Lega gorišč elipse *F_1(-e,0)* in *F_2(e,0)* je dana z enačbo za **e** (linearno ekscentričnost):

$$e^2 = a^2 - b^2,$$

Kjer sta a in b polosi elipse. V našem primeru (preberemo s slike) je a = 5 in b = 2, ker je a > b velja enačba zgoraj. Če bi veljalo b > a, bi bila enačba za e malce drugačna $e^2 = b^2 - a^2$.
V našem primeru velja

$$e^2 = a^2 - b^2 = 25 - 4 = 21$$
$$e = \sqrt{21}$$

Gorišči elipse sta tako $F_1 = \left(-\sqrt{21}, 0\right)\ in\ F_2 = (\sqrt{21}, 0)$.

Krožnica s središčem v točki *S (p,q)* in polmerom *r* ima enačbo:

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$$

Tu je središče krožnice v točki *B(5,0)*, polmer pa mora biti *r = 5, saj je od središča krožnice do njenega oboda v koordinatnem izhodišču ravno 5 enot.*
Enačbe te krožnice je potem:

$$(x-5)^2 + (y-0)^2 = 5^2$$
$$oziroma$$
$$(x-5)^2 + y^2 = 25$$

Rešitev nalog - maturitetna pola
Pomlad 2008 (7. junij 2008)
Osnovna raven
Izpitna pola 1
Naloge 9-12

9. Diagonali pravokotnika se sekata v točki S. Stranica $|AB| = a = 10cm$, kot $\sphericalangle BSC = \varphi = 40°$. Izračunajte obseg pravokotnika. Rezultat zaokrožite na tri mesta. Narišite skico.

Podatki:
$|AB| = a = 10cm$
$\sphericalangle BSC = \varphi = 40°$

$o = ?$

Najprej narišemo skico pravokotnika in označimo oglišča, stranici in poznani kot $\sphericalangle BSC = \varphi = 40°$. Spomnimo se, da se diagonali trikotnika sekata v točki S.

Poznamo formulo za obseg trikotnika:

$$o = 2(a + b)$$

Da bi rešili nalogo, je treba najprej Izračunati stranico b. Najenostavneje je, če iz skice razberemo velikost kota $\sphericalangle BAC$ in izračunamo stranico b s kotno fukcijo sinus. Kot $\sphericalangle BSC$ in kot $\sphericalangle ASB$ skupaj tvorita kot 180, zato je kot $\sphericalangle ASB = 140°$.

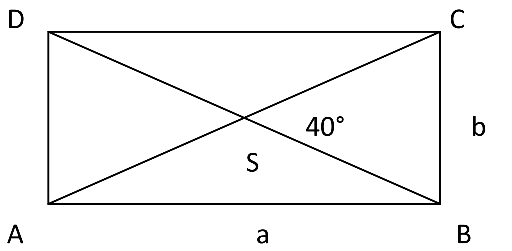
Trikotnik $\sphericalangle ASB$ je enakokrak (diagonali v pravokotniku se razpolavljata), zato sta preostala dva kota skladna. Iz vsote kotov trikotniku, ki je vedno enaka 180°, izračunamo njuno velikost, to je 20°. Sedaj za pravokotni trikotnik $\sphericalangle BAC$ lahko zapišemo:

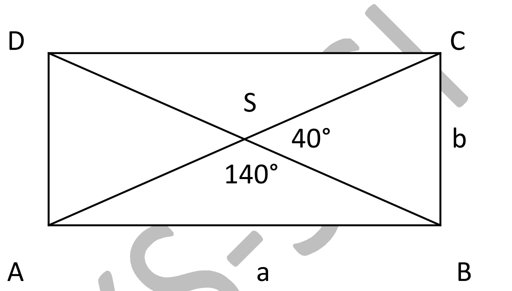
$$tan20° = \frac{b}{a}$$

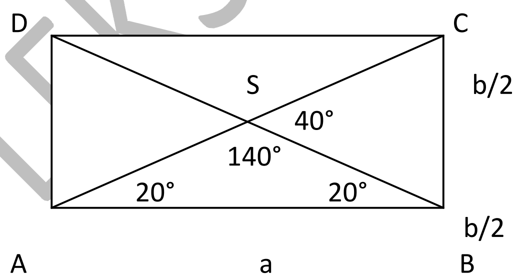
$$b = a \cdot tan20° = 3{,}64cm$$

Čaka nas še obseg pravokotnika:

$$o = 2(10 + 3{,}64) = 27{,}3cm$$







10. Izračunajte osnovo a logaritemske funkcije $f(x) = \log_a x$, katerega graf poteka skozi točko $A\left(\frac{1}{8}, -\frac{3}{2}\right)$.

Logaritemska funkcija $f(x) = \log_a x$je inverzna eksponentni funkciji in je pravzaprav le preoblikovan zapis enačbe

$$x = a^y$$

Poljubna točka, ki leži na grafu logaritemske funkcije se lahko zapiše v obliki:

$$T\big(x, f(x)\big) \quad oz.$$

$$T(x, \log_a x)$$

Za točko $A\left(\frac{1}{8}, -\frac{3}{2}\right)$, torej velja $x = \frac{1}{8} \quad in\ y = f(x) = -\frac{3}{2}$

Sedaj se izplača zapisati v enačbo oblike

$$x = a^y$$

In sicer:

$$\frac{1}{8} = a^{-\frac{3}{2}}$$

Sedaj izrazimo a:

$$a^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{8}$$

Sedaj celotno enačbo potenciramo s stopnjo -2/3, da se znebimo stopnje pri a-ju:

$$a^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{8} \qquad /(\quad)^{-\frac{2}{3}}$$

$$a=\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}=8^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{8^2}=2^2=4$$

Osnova logaritemske funckije je $a=4$.

11. Iz skupine 7 fantov in 5 deklet naključno izberemo 4 osebe. Izračunajte verjetnost dogodka A , da bodo izbrani trije fantje in eno dekle.

Verjetnost dogodka A je enaka kvocientu:

$$\mathcal{P}(A)=\frac{m}{n}$$

Kjer je *m* število za dogodek A ugodnih izidov in *n* število vseh možnih izidov danega poskusa. Izračunajmo najprej število vseh možnih izidov, *n*.
Gre za naključen izbor 4 oseb med dvanajstimi. Ker nam je pomembno samo koliko oseb izberemo, ne pa tudi njihov vrstni red, uporabimo kombinacije:

$$n=C_k^r=\binom{k}{r}=\frac{k!}{r!\,(k-r)!}$$

Kjer je k število vseh možnosti, r pa dejansko število izbranih. Mi izbiramo 4 osebe med 12-imi, zato je število vseh možnih izborov (ne gled na spol):

$$n=\binom{12}{4}=\frac{12!}{4!\,(12-4)!}=\frac{12!}{4!\,8!}=\frac{\cancel{12}\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot \cancel{8!}}{\cancel{4\cdot 3}\cdot 2\cdot 1\cdot \cancel{8!}}=445$$

Za dogodek A ugoden izbor pa so izbrani 3 fantje in eno dekle.
Tri fante izberemo od sedmih: $\binom{7}{3}$
Eno dekle od skupno petih: $\binom{5}{1}$
Ker sta dogodka neodvisna drug od rugega (izbor fantov **ne** vpliva na izbor deklet) je število za dogodek A ugodnih izborov **zmnožek** obeh števil:

$$m=\binom{7}{3}\cdot\binom{5}{1}=\frac{7!}{3!\,(7-3)!}\cdot\frac{5!}{1!\,(5-1)!}=\frac{7\cdot\cancel{6}\cdot 5\cdot\cancel{4!}}{\cancel{3\cdot 2}\cdot 1\cdot\cancel{4!}}\cdot\frac{5\cdot\cancel{4!}}{1!\,\cancel{4!}}=175$$

$$\mathcal{P}(A)=\frac{m}{n}=\frac{175}{445}=\frac{35}{99}$$

12. Peti člen geometrijskega zaporedja je osemkratnik drugega člena, produkt drugega in četrtega člena pa je 144. Izračunajte prvi člen a_1 in količnik *q*.

$a_5=8a_2$
$a_2\cdot a_4=144$
a_1, q=?

Splošni člen geometrijskega zaporedja je

$$a_n=a_1\cdot q^{n-1}$$

$$a_5 = a_1 \cdot q^{5-1} = a_1 \cdot q^4$$
$$a_2 = a_1 \cdot q^{2-1} = a_1 \cdot q$$

Iz naših podatkov preberemo:

$$a_5 = 8a_2 \Longrightarrow \frac{a_5}{a_2} = 8$$
$$\frac{\cancel{a_1} \cdot q^4}{\cancel{a_1} \cdot \cancel{q}} = 8$$
$$q^3 = 8 \Longrightarrow q = 2$$

Velja pa za poljubno gemetrijsko zaporedje tudi enačba:

$$a_n = \sqrt{a_{n+1} \cdot a_{n-1}}$$

Konkretno npr.:

$$a_3 = \sqrt{a_4 \cdot a_2}$$

To lahko izkoristimo za $a_2 \cdot a_4 = 144$

$$a_3 = \sqrt{144} = \pm 12$$

Sedaj zapišemo še:

$$a_3 = a_1 \cdot q^2 \Longrightarrow a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{\pm 12}{4} = \pm 3$$
$$a_1 = \pm 3 \quad in \quad q = 2$$

Prvi člen zaporedja je torej enak $a_1 = \pm 3$, količnik pa $q = 2$.